

Asignatura: Cálculo Diferencial

Código: CDX 24-_____

NOTA

Docente: _____ **Fecha:** _____

Nombre: _____ **Carné:** _____

Instrucciones:

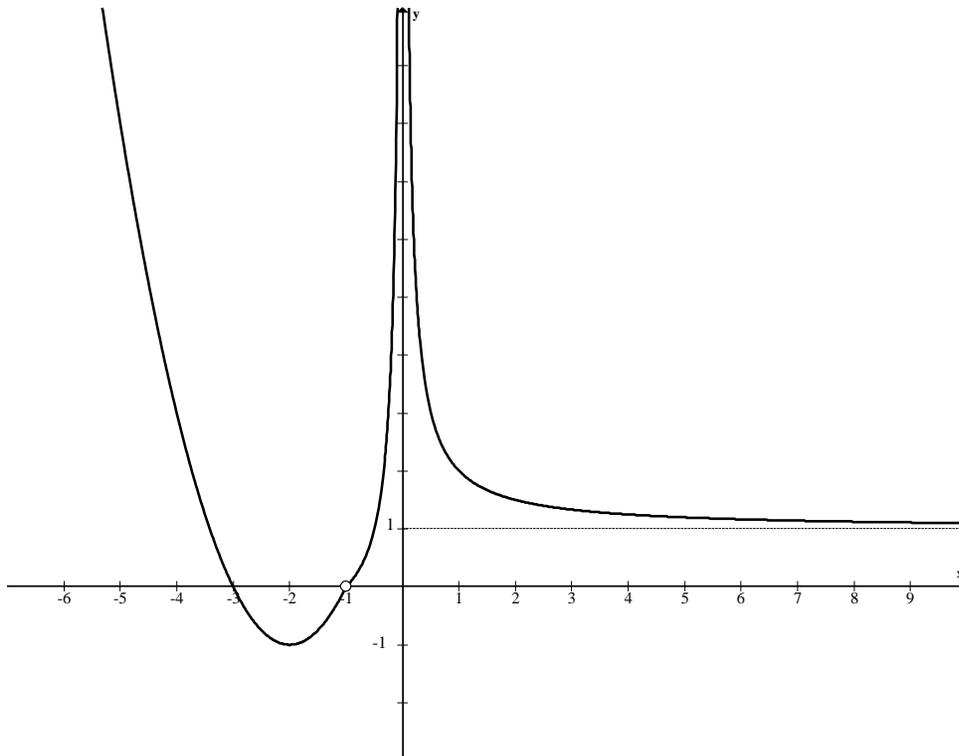
Escriba su nombre completo y su número de carné en la parte superior de la hoja.

Los puntos serán evaluados de acuerdo a su procedimiento.

Para este parcial no se permite el uso de celulares, ni fichas.

La prueba está diseñada para una duración de máximo una hora y cincuenta minutos (1:50)

1. **(1.5 puntos)** Responda las preguntas 1.1 a 1.6 de acuerdo con el gráfico que se presenta a continuación.



- 1.1. **(0.25)** La función correspondiente al gráfico es:

a.
$$f(x) = \begin{cases} (x + 2)^2 - 1; & \text{si } x < -1 \\ \frac{-1}{x} - 1; & \text{si } -1 < x \leq 0 \\ \frac{1}{x} + 1; & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

b.
$$f(x) = \begin{cases} (x + 2)^2 - 1; & \text{si } x < -1 \\ \frac{-1}{x} - 1; & \text{si } -1 < x < 0 \\ \frac{1}{x} + 1; & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

$$c. f(x) = \begin{cases} (x+1)^2 - 2; & \text{si } x < -1 \\ \frac{1}{x+1} + 1; & \text{si } -1 < x < 0 \\ -\ln(x); & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

$$d. f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 - 2; & \text{si } x < -1 \\ \frac{-1}{x+1} - 1; & \text{si } -1 < x < 0 \\ e^{-x}; & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

1.2. (0.25) El dominio y el rango de la función son, respectivamente

- Dominio:* $\{x/x \in (-\infty, \infty)\}$ y *Rango:* $\{y/y \in (-1, \infty)\}$
- Dominio:* $\{x/x \in (-\infty, -1] \cup (-1, 0) \cup (0, \infty)\}$ y *Rango:* $\{y/y \in (1, \infty)\}$
- Dominio:* $\{x/x \in (-\infty, -1) \cup (-1, 0) \cup (0, \infty)\}$ y *Rango:* $\{y/y \in [-1, \infty)\}$
- Dominio:* $\{x/x \in (-\infty, -3) \cup (-3, 0) \cup (0, \infty)\}$ y *Rango:* $\{y/y \in (1, \infty)\}$

1.3. (0.25) De las afirmaciones que se presentan sólo una es falsa, indique cuál

- La recta $y = 1$, es asíntota horizontal para el gráfico de la función porque $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1$
- $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ existe, porque $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \infty$
- $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 0$, porque $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 0$
- La recta $x = 0$ (el eje y) es asíntota vertical para el gráfico de la función porque $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \infty$

1.4. (0.25) El gráfico de la función es discontinuo en $x = -1$. ¿Cuál cree usted que sea la razón de esta discontinuidad?

- $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ no existe
- $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = f(-1)$
- $-1 \notin \text{dom } f$
- $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$

1.5. (0.25) La función no es derivable en $x = 0$ porque

- La función es discontinua en $x = 0$
- La recta $x = 0$ es una asíntota vertical
- En $x = 0$ el gráfico de la función tiene un pico
- $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ no existe

1.6. (0.25) ¿De acuerdo con el gráfico que condición hace falta para que la función dada sea derivable en $x = -1$?

- f esté definida en $x = -1$, es decir, $-1 \in \text{dom } f$
- $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$
- $f(-1)$ esté definida y $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h}$ exista
- La recta $y = 0$ (eje x) sea una asíntota horizontal para el gráfico de la función

2. (1.3 puntos) Considérense las funciones $f(x) = \frac{x-4}{x^2-16}$ y $g(x) = \frac{x-4}{\sqrt{x}-2}$. De acuerdo con esta función, encontrar:

- (Valor 0.4) Dominio de la función $\text{Dom}(f + g)(x)$
- (Valor 0.4) $\lim_{x \rightarrow 4} (f + g)(x)$
- (Valor 0.3) $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$
- (Valor 0.2) Analizar la continuidad de $f(x)$, en $x = 5$

3. (1.2 puntos) Dada la función $f(x) = \sqrt{x} - 1$

- (Valor 0.7) Encuentre una expresión general para la pendiente de todas las rectas tangentes a $f(x)$ haciendo uso de la fórmula para la pendiente $m = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$
- (Valor 0.2) Determine al pendiente de la recta tangente en $x = 4$
- (Valor 0.3) Hallar la ecuación de la recta tangente a $f(x)$ en el punto $P(4,1)$

4. (1.0 puntos) Determine la derivada de las siguientes funciones.

- (Valor 0.5) Sea $f(x) = x^3 \cos x^3$
- (Valor 0.5) Sea $f(x) = \frac{(3x^2-5)^4}{\sqrt{x^2+4}}$