Repaso de Cálculo

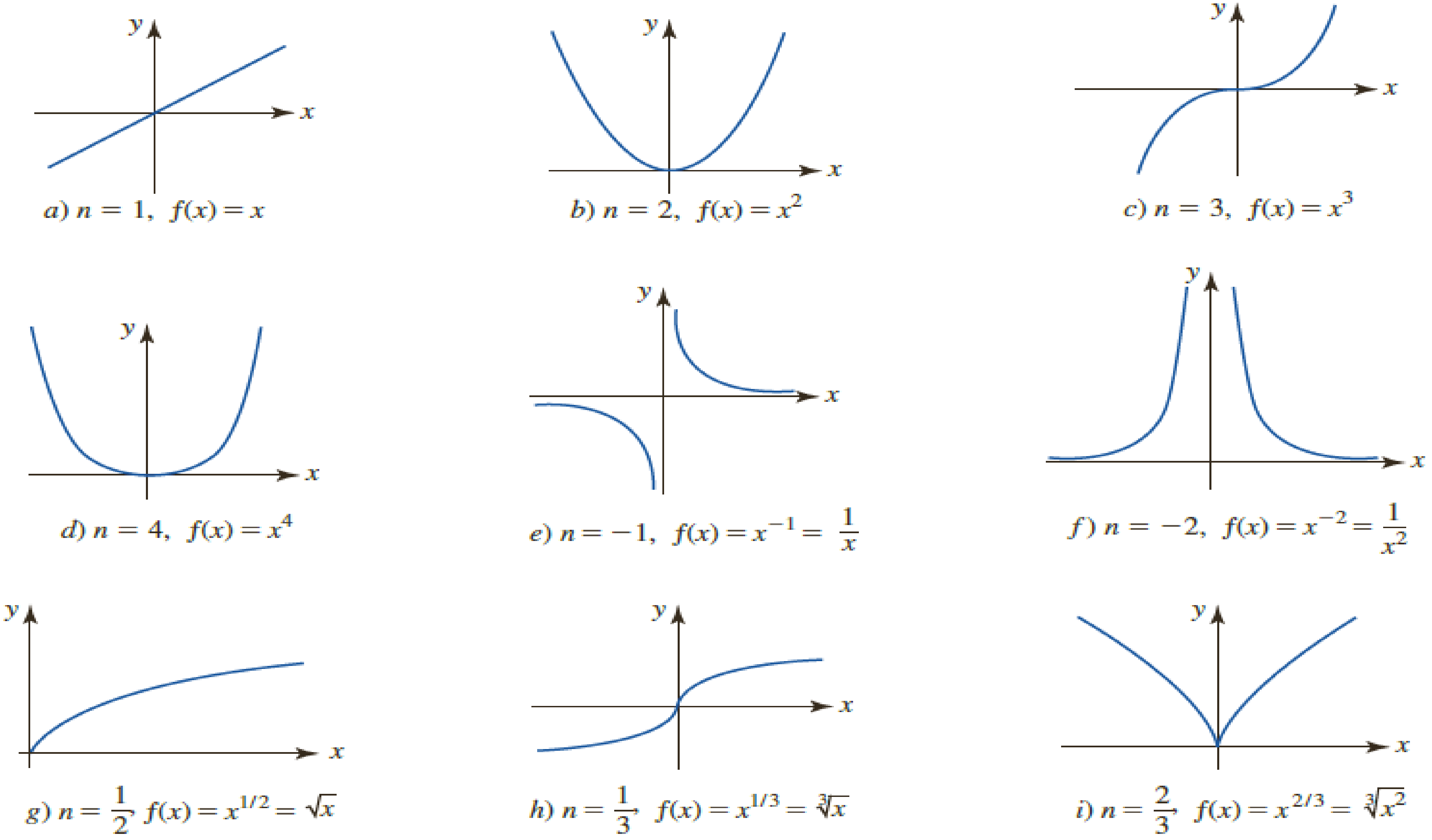
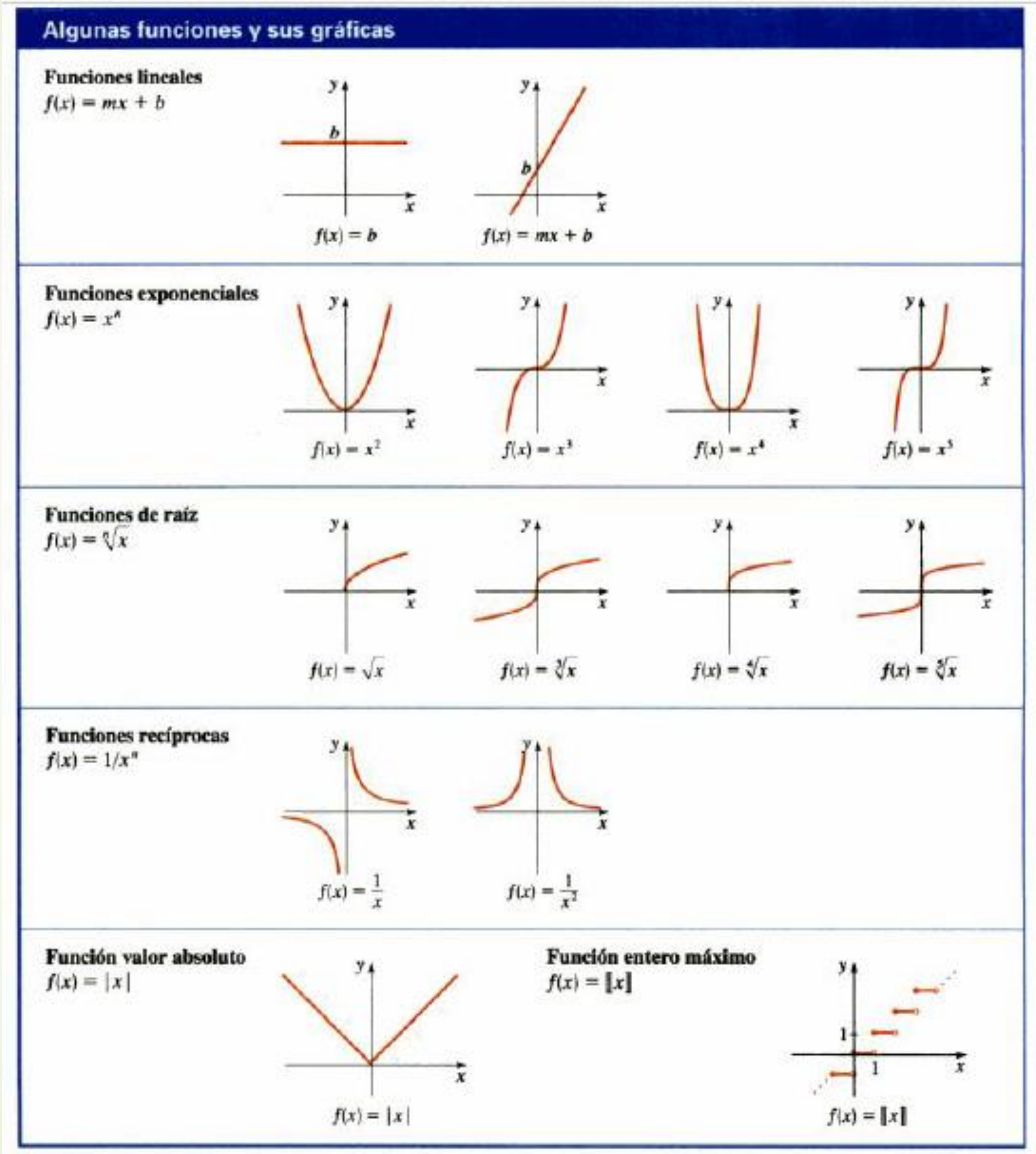


FIGURA 1.2.1 Breve catálogo de gráficas de funciones potencia

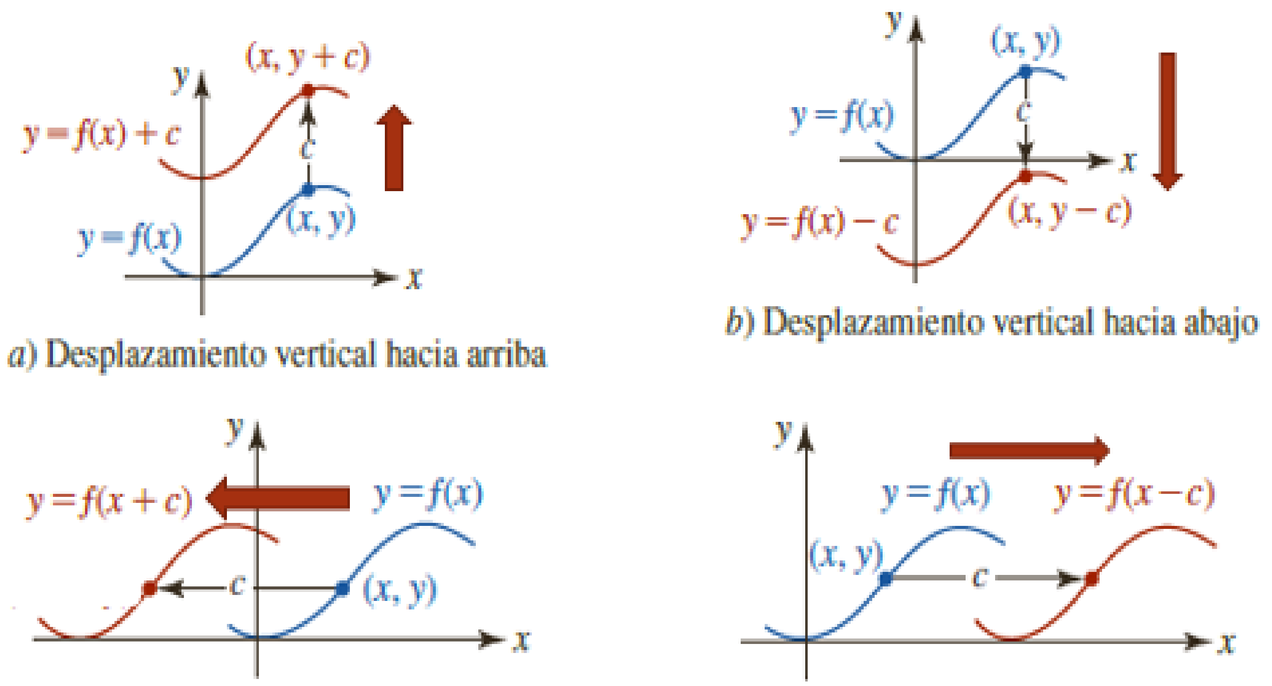

Algunas funciones y sus gráficas
Funciones lineales
$f(x) = mx + b$
$f(x) = b$
$f(x) = mx + b$
Funciones exponenciales
$f(x) = x^n$
$f(x) = x^2$
$f(x) = x^3$
$f(x) = x^4$
$f(x) = x^5$
Funciones de raíz
$f(x) = \sqrt[n]{x}$
$f(x) = \sqrt{x}$
$f(x) = \sqrt[3]{x}$
$f(x) = \sqrt[4]{x}$
$f(x) = \sqrt[5]{x}$
Funciones recíprocas
$f(x) = 1/x^n$
$f(x) = \frac{1}{x}$
$f(x) = \frac{1}{x^2}$
Función valor absoluto
$f(x) = |x|$
$f(x) = |x|$
Función entero máximo
$f(x) = [\![x]\!]$
$f(x) = [\![x]\!]$

Traslaciones

Suponga que $y = f(x)$ es una función y c es una constante positiva. Entonces la gráfica de

- $y = f(x) + c$ es la gráfica de f desplazada verticalmente **hacia arriba** c unidades,
- $y = f(x) - c$ es la gráfica de f desplazada verticalmente **hacia abajo** c unidades,
- $y = f(x + c)$ es la gráfica de f desplazada horizontalmente **hacia la izquierda** c unidades,
- $y = f(x - c)$ es la gráfica de f desplazada horizontalmente **hacia la derecha** c unidades.

RÍGIDAS



a) Desplazamiento vertical hacia arriba

b) Desplazamiento vertical hacia abajo

c) Desplazamiento horizontal hacia la izquierda

d) Desplazamiento horizontal hacia la derecha

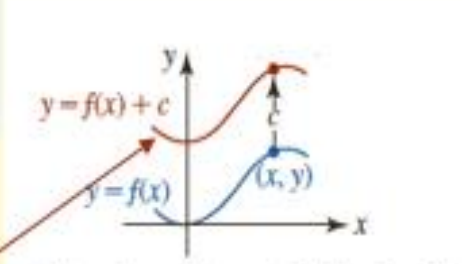
EJEMPLO Gráficas desplazadas

Transformaciones rígidas. Una **transformación rígida** de una gráfica es una transformación que cambia sólo la *posición* de la gráfica en el plano *xy*, pero no su forma. En realidad es un desplazamiento de la gráfica. Para la gráfica de una función $y = f(x)$ se analizan cuatro tipos de desplazamientos o traslaciones.

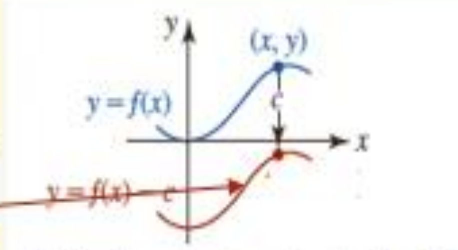
Traslaciones

Suponga que $y = f(x)$ es una función y c es una constante positiva. Entonces la gráfica de

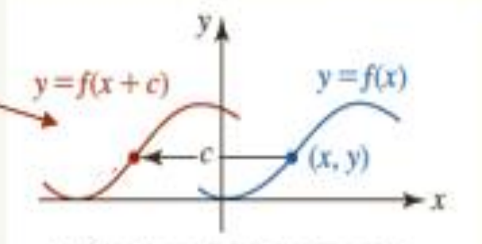
- $y = f(x) + c$ es la gráfica de f desplazada verticalmente **hacia arriba** c unidades,
- $y = f(x) - c$ es la gráfica de f desplazada verticalmente **hacia abajo** c unidades,
- $y = f(x + c)$ es la gráfica de f desplazada horizontalmente **hacia la izquierda** c unidades,
- $y = f(x - c)$ es la gráfica de f desplazada horizontalmente **hacia la derecha** c unidades.



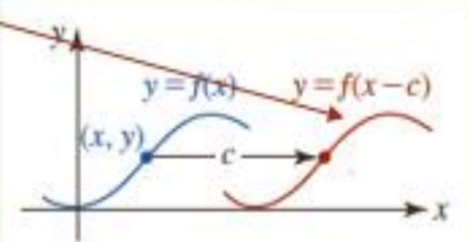
a) Desplazamiento vertical hacia arriba



b) Desplazamiento vertical hacia abajo



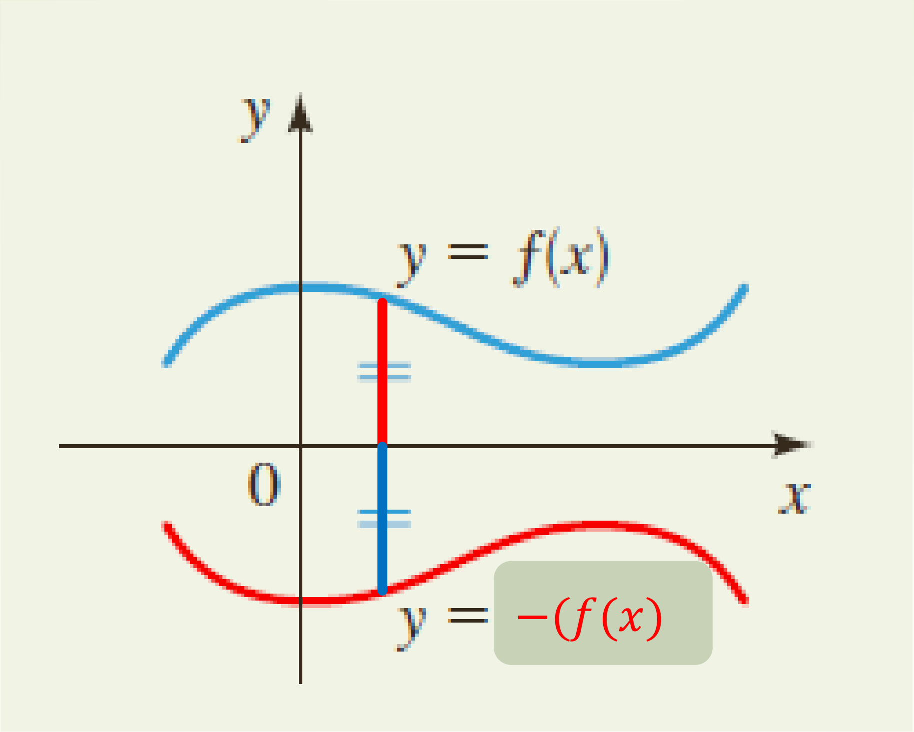
c) Desplazamiento horizontal hacia la izquierda



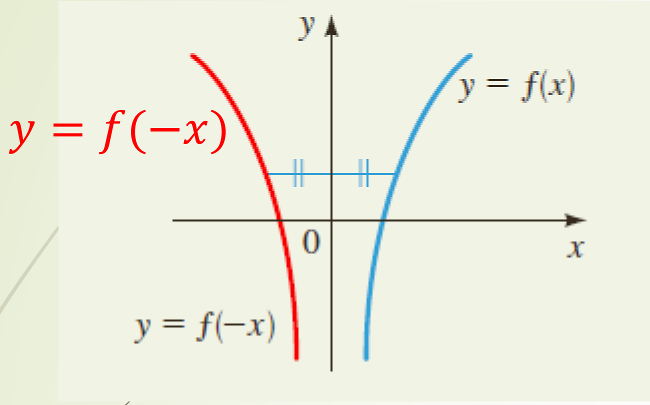
Reflexiones

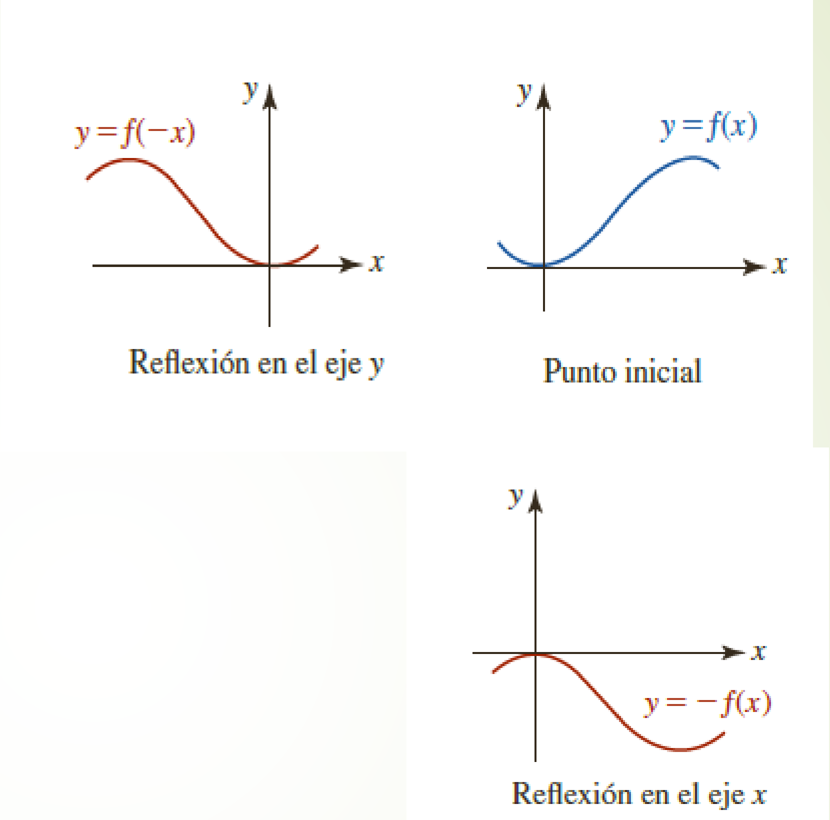
Suponga que $y = f(x)$ es una función. Entonces la gráfica de

- $y = -f(x)$ es la gráfica de f reflejada en el **eje** $\boldsymbol{x}$,
- $y = f(-x)$ es la gráfica de f reflejada en el **eje** $\boldsymbol{y}$.

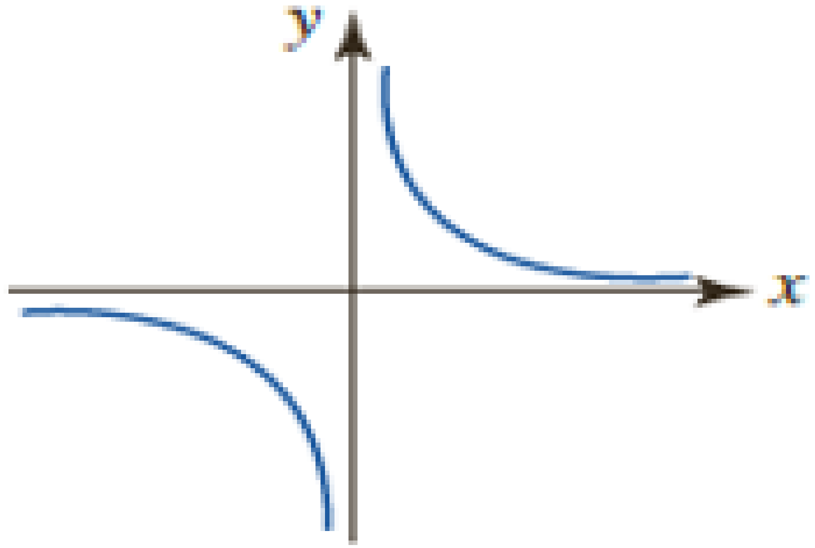


Si multiplico toda la expresión algebraica de la función por -1 reflejo la función respecto al eje x.

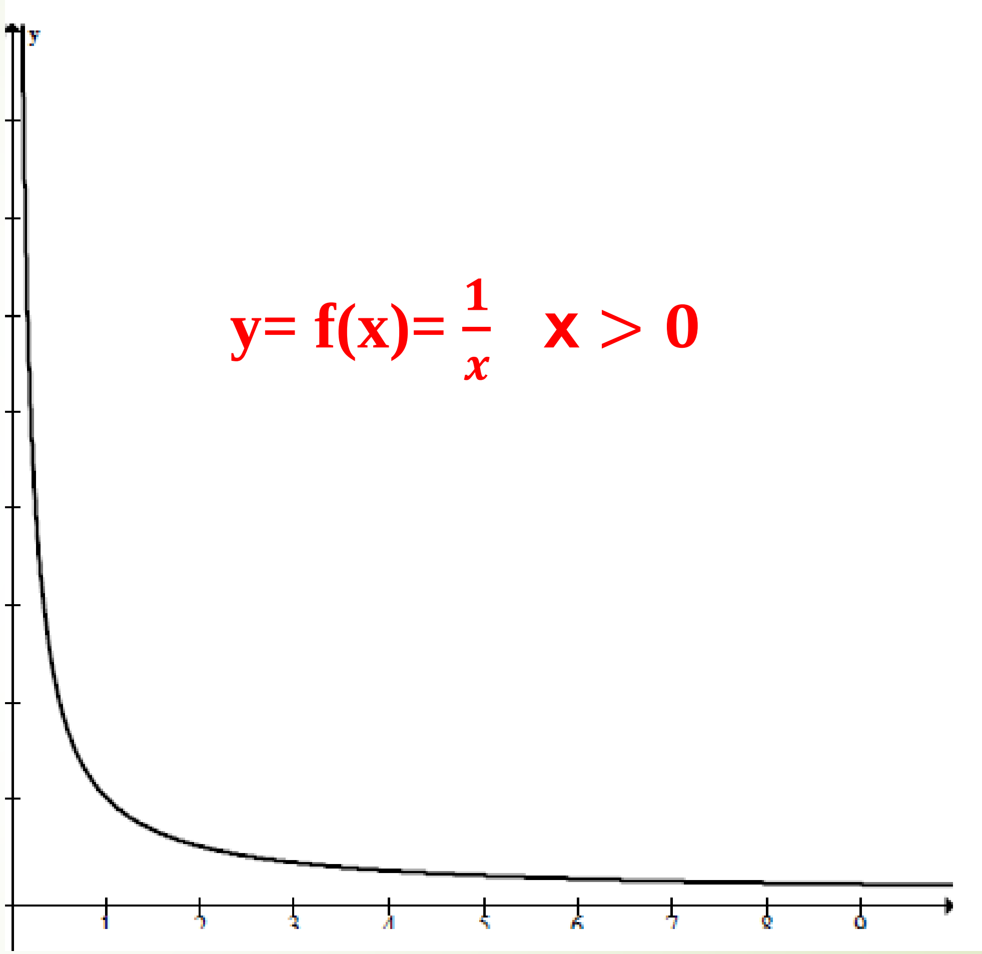




Si la quiero reflejar con respecto al eje y, empleo el método del cajón o paréntesis: en el cajón donde esté la x le cambio de signo.

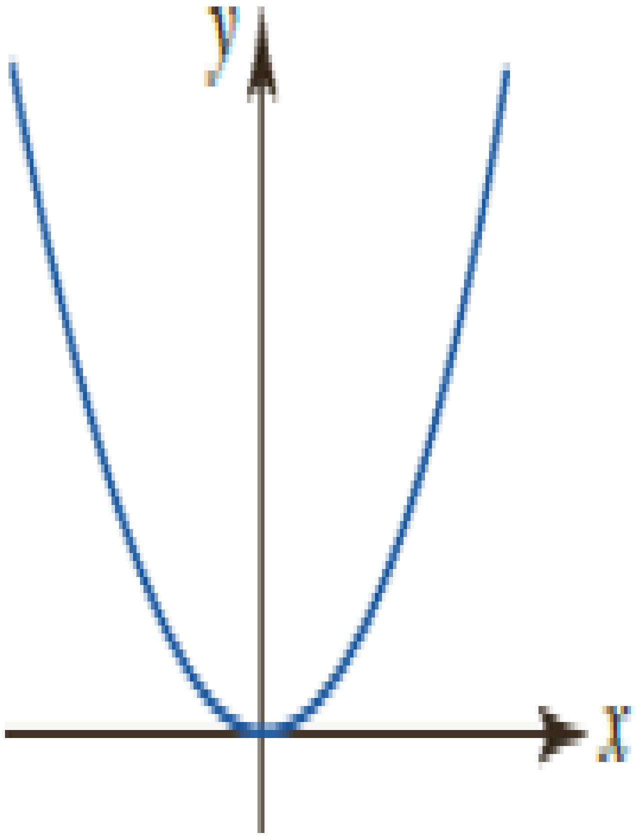


$e)\ n = -1,\ f(x) = x^{-1} = \dfrac{1}{x}$

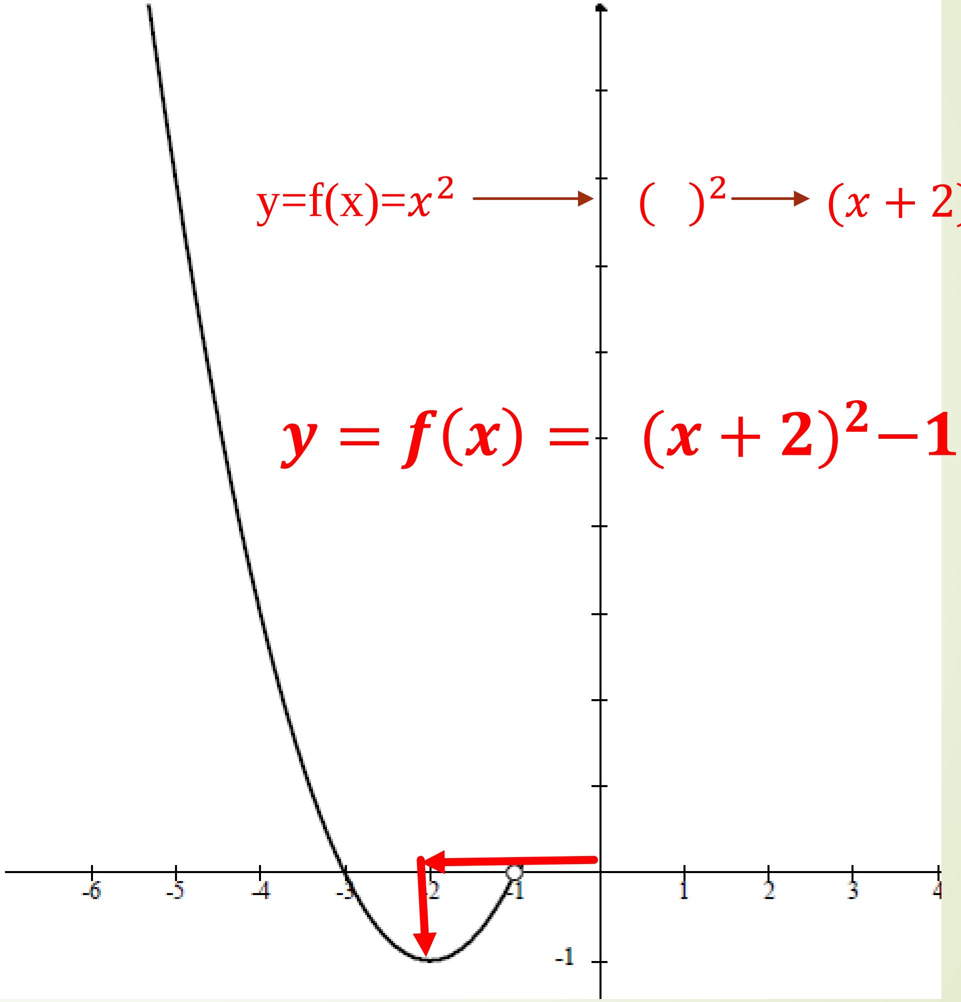


Traslación en el eje x

y=f(x)=x^2 $\quad si\ x < -1$

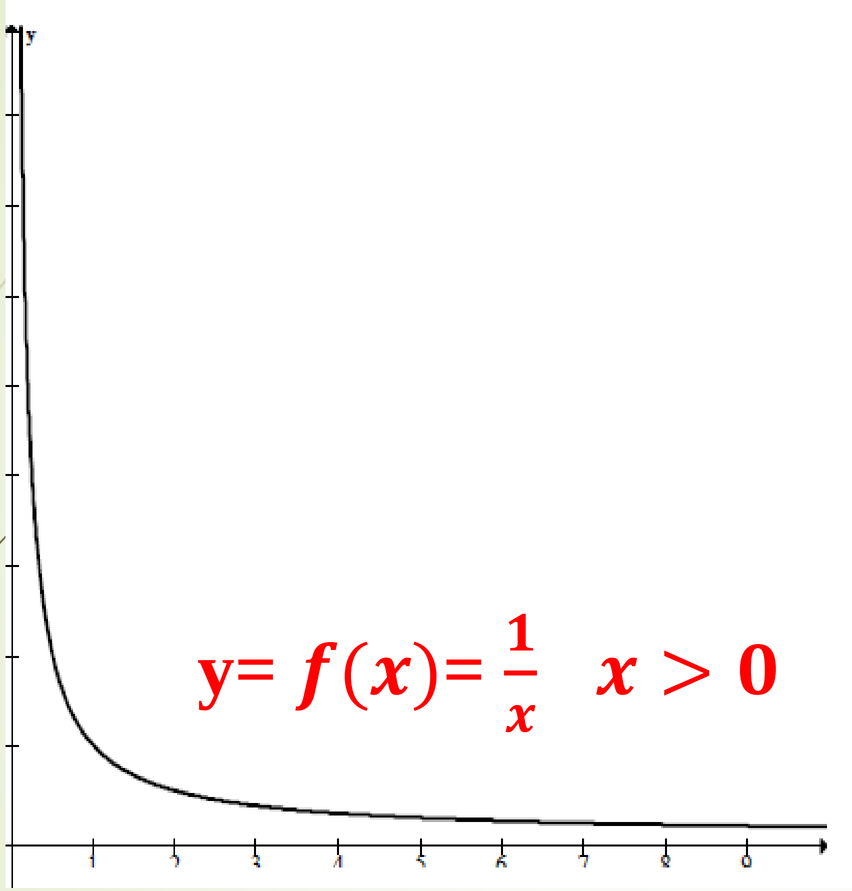


y=f(x)=x^2

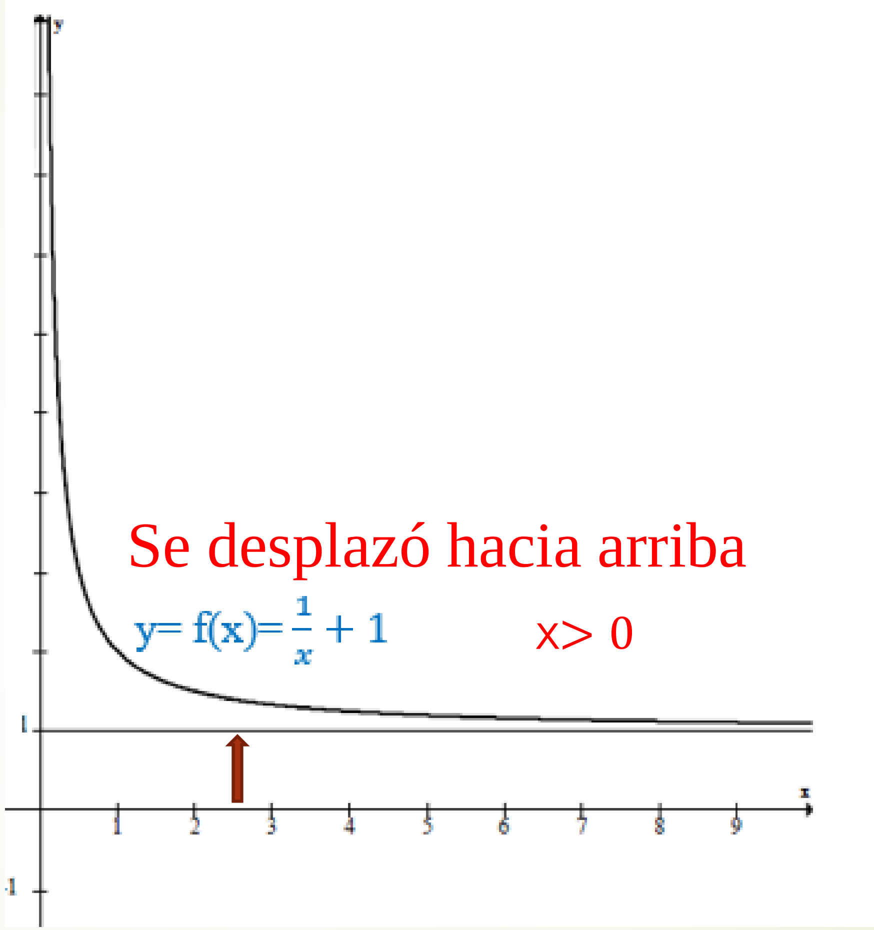


y=f(x)=x^2 $\longrightarrow$ $(\ \ )^2$ $\longrightarrow$ $(x+2)^2$

$$\boldsymbol{y = f(x) = (x+2)^2 - 1 \ \ si\ x < -1}$$

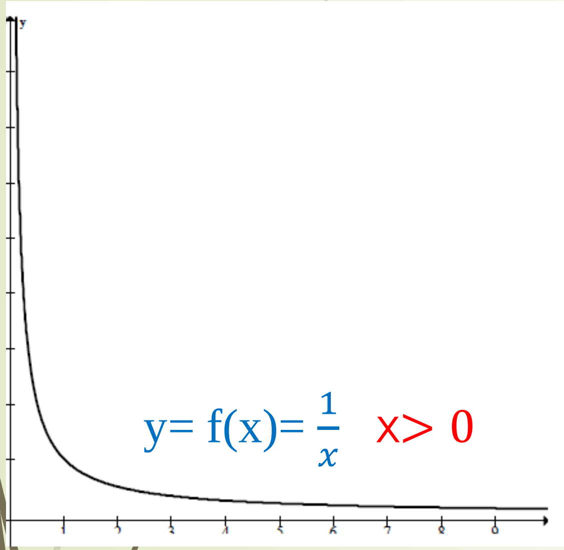


$$y = f(x) = \frac{1}{x} \quad x > 0$$



Se desplazó hacia arriba

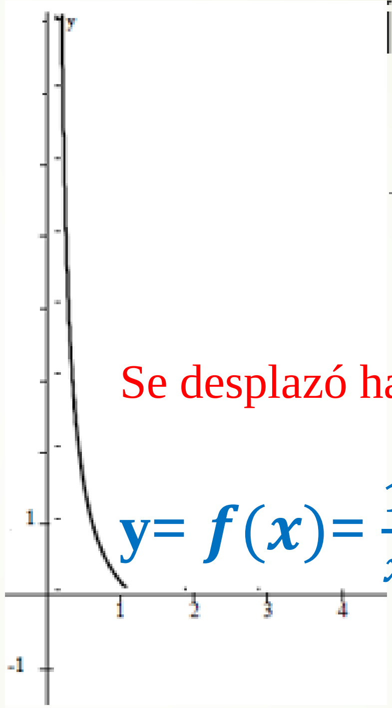
$$y = f(x) = \frac{1}{x} + 1 \quad \text{si } x > 0$$



$y = f(x) = \frac{1}{x} \quad x > 0$

Se recorta su dominio

$y = f(x) = \frac{1}{x} \quad 0 < x \leq 1$

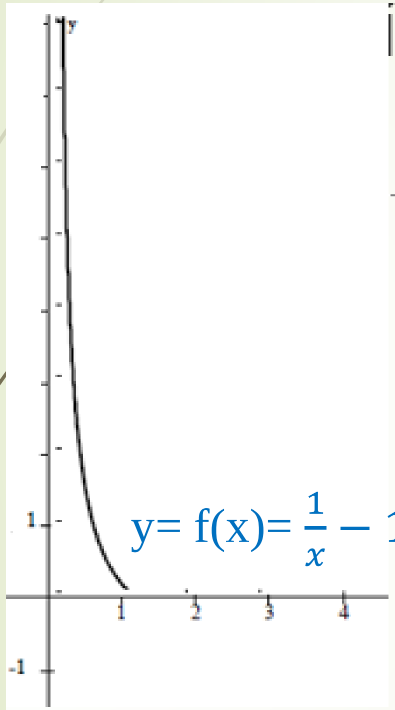


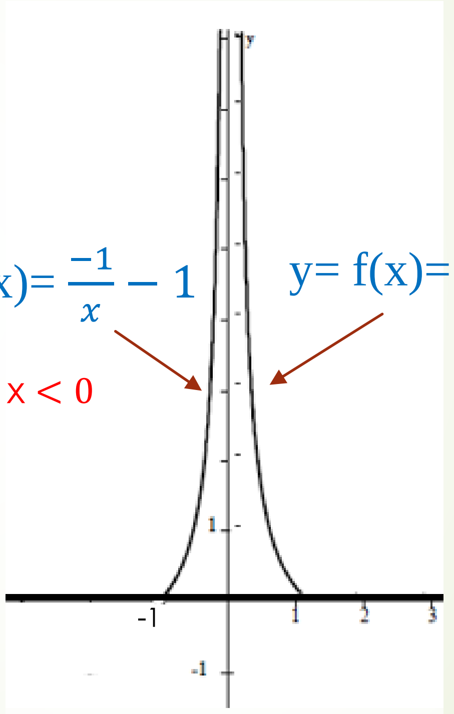
Se desplazó hacia abajo

$y = f(x) = \frac{1}{x} - 1 \quad 0 < x \leq 1$

Reflexión respecto al eje y, método del cajón

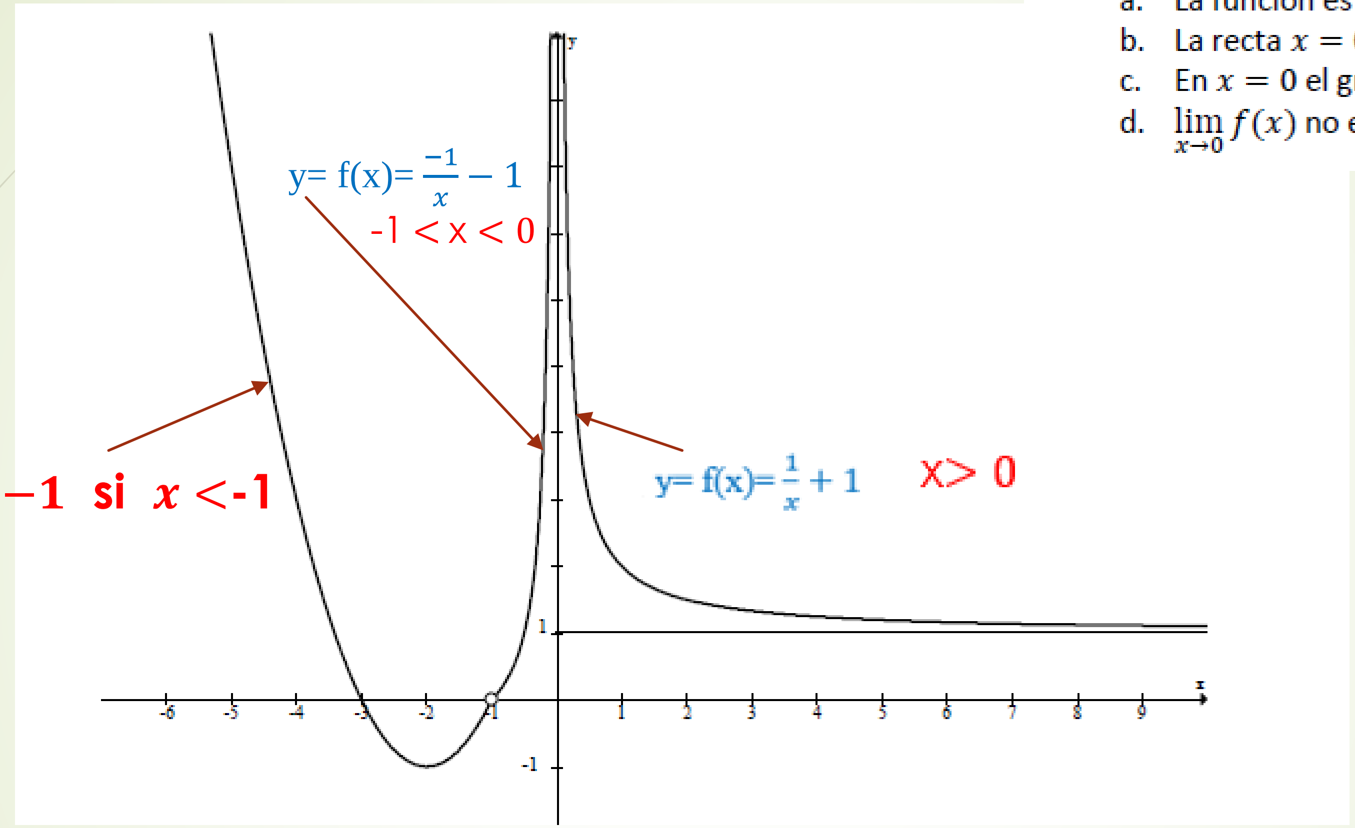
$$y = f(x) = \frac{1}{x} - 1 \longrightarrow y = f(x) = \frac{1}{} - 1 \longrightarrow y = f(x) = \frac{1}{-x} - 1 \longrightarrow y = f(x) = \frac{-1}{x} - 1$$





1.5. (**0.25**) La función no es derivable en $x = 0$ porque

a. La función es discontinua en $x = 0$
b. La recta $x = 0$ es una asíntota vertical
c. En $x = 0$ el gráfico de la función tiene un pico
d. $\lim_{x \to 0} f(x)$ no existe



$y = f(x) = (x+2)^2 - 1$ **si** $x < -1$

1.4. (**0.25**) El gráfico de la función es discontinuo en $x = -1$. ¿Cuál cree usted que sea la razón de esta discontinuidad?

a. $\lim_{x \to -1} f(x)$ no existe
b. $\lim_{x \to -1} f(x) = f(-1)$
c. $-1 \notin dom\, f$
d. $\lim_{x \to -1^+} f(x) \neq \lim_{x \to -1^-} f(x)$

1.6. (**0.25**) ¿De acuerdo con el gráfico que condición hace falta para que la función dada sea derivable en $x = -1$?

a. f esté definida en $x = -1$, es decir, $-1 \in dom\, f$
b. $\lim_{x \to -1^+} f(x) = \lim_{x \to -1^-} f(x)$
c. $f(-1)$ esté definida y $\lim_{h \to 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h}$ exista
d. La recta $y = 0$ (eje x) sea una asíntota horizontal para el gráfico de la función

Dominio