INSTITUTO TECNOLÓGICO METROPOLITANO
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y APLICADAS
JEFATURA DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS BÁSICAS

TALLER 4 CÁLCULO DIFERENCIAL
Derivadas y sus aplicaciones, e integral indefinida

OBJETIVO

Comprender y **aplicar** el concepto de derivada, sus operaciones y propiedades para dar solución a situaciones en distintos contextos.

Derivada de funciones trigonométricas inversas

1. Encontrar la derivada de las siguientes funciones

A. $y = tan^{-1}(3x^2 - 4x)$
B. $f(x) = 2sen^{-1}x + xcos^{-1}x$
C. $y = \frac{sec^{-1}x}{x}$
D. $h(x) = \frac{sen^{-1}x}{sen\, x}$
E. $y = (tan^{-1}x)(cot^{-1}x)$
F. $y = 4sec^{-1}\frac{x}{2}$

Derivación implícita

2. Encuentre $\frac{dy}{dx}$ por derivación implícita.

A. $4x^2 + 9y^2 = 36$
B. $xy + 2x + 3x^2 = 4$
C. $x^3 + x^2y + 4y^2 = 6$
D. $x^2 - 2xy + y^3 = C$
E. $\sqrt{xy} - y + x = 0$
F. $x^2y^3 = 1$
G. $3\sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 1$
H. $4Cosx \cdot Seny = 1$
I. $e^{x/y} = x - y$
J. $e^{xy} - 2y^3 + 5x^2 = 11$
K. $xe^y - 3x - Ln(y+1) = 3$
L. $1 + x = Sen(xy^2)$
M. $ysenx^2 = xseny^2$
N. $ye^x - xe^y = 1$
O. $e^xSeny = xe^y$
P. $Sen(x - y) = ySenx$
Q. $\frac{x}{y} - x^2y^2 = Cosy$
R. $e^{-x}Seny = e^{-y}Cosx$

3. Hallar una ecuación de la recta tangente a las gráficas de las funciones dadas en el punto indicado.

A. $6x^2 - 2xy + y^3 = 9$ en $P(2,-3)$

B. $x^2 + y^2 = 25$ en $x = 3$

4. Para las siguientes expresiones algebraicas, encontrar los puntos sobre la gráfica para los cuales la recta tangente es horizontal.

A. $16x^2 + 25y^2 = 36$

B. $x^2 - y^2 = 2x + 4y$

Derivación logarítmica

5. Utilice la derivación logarítmica para determinar la derivada de:

A. $y = \frac{sen^2x\, tan^4x}{(x^2+1)^2}$

B. $y = \sqrt{x}\, e^{x^2}(x^2+1)^{10}$

C. $y = \frac{(2x-3)^2}{\sqrt{x+1}\,(7x+2)^3}$

D. $y = x^{senx}$

E. $y = (sen\, x)^x$

F. $y = x^{e^x}$

G. $y = (ln\, x)^x$

H. $x^y = y^x$

I. $y = \sqrt[x]{x+2}$

J. $x^{sen\, x} = y\, cos\, x$

K. $y = \sqrt[x]{e^{2x} + sen^{-1}x}$

L. $xy = x^{2x-y}$

M. $y = (4e^x)^{3x}$

N. $y = \frac{x\sqrt{x+1}}{\sqrt[3]{x-1}}$

O. $y = (ln\, x)^{ln\, x}$

P. $y = x^{ln\, x}$

Aplicaciones de la derivada

Regla de L'hopital

Encontrar los siguientes límites:

6. $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+2x}-\sqrt{1-4x}}{x}$

7. $\lim_{x\to 0} \frac{tanx-x}{x^3}$

8. $\lim_{x\to\infty} x^3\, e^{-x^2}$

9. $\lim_{x\to 0} cot\, 2x\, sen\, 6x$

10. $\lim_{x\to 0^+} sen\, x\, ln\, x$

11. $\lim_{x\to 0}(csc\, x - cot\, x)$

12. $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+x} - x\right)$

13. $\lim_{x\to\infty} x^{\frac{ln2}{1+lnx}}$

14. $\lim_{x\to 0^+} (cosx)^{\frac{1}{x^2}}$

15. $\lim_{x\to 1} (2-x)^{\tan\left(\frac{\pi x}{2}\right)}$

16. $\lim_{x\to \infty} (x - lnx)$

17. $\lim_{x\to 1} \frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1}$

18. $\lim_{x\to 0} x^{x^2}$

19. $\lim_{x\to 0} (1-2x)^{1/x}$

20. $\lim_{x\to 0} \frac{e^x + sen\, x - 1}{ln(x+1)}$

21. $\lim_{x\to a} \frac{sen\, x - sen\, a}{x-a}$

22. $\lim_{x\to \infty} (e^x - 1)^x$

23. $\lim_{x\to 1^+} \frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x}$

24. $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} (sec\, x - tan\, x)$

25. $\lim_{x\to \infty} \frac{e^{3x}}{ln\, x}$

26. $\lim_{x\to \infty} \frac{ln(ln\, x)}{ln\, x}$

27. $\lim_{x\to \infty} \frac{x\, ln\, x}{x + ln\, x}$

28. $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}^-} tan\, x \;\, ln(sen\, x)$

29. $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} (cos\, x)^{\pi/2 - x}$

30. $\lim_{x\to 0} \frac{sen^2\, x - x^2}{\left(e^{x^2}-1\right)^2}$

31. $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} (2x-\pi)\, sec\, x$

32. $\lim_{x\to \infty} e^{-x}\, ln\, x$

33. $\lim_{x\to \infty} x\, sen \frac{1}{x}$

Razones de cambio

34. Un conductor viaja por una carretera interestatal y observa que el tráfico adelante está detenido, por lo que aplica los frenos. La distancia recorrida por el vehículo durante el frenado está dado por $s(t) = -\frac{4}{3}t^3 - 2t^2 + 80t$ donde $s(t)$ está dada en pies y t en segundos.

A. Halle una expresión general para la velocidad de frenado del vehículo.
B. ¿Cuál es la velocidad del auto después de 1 segundo?
C. ¿Cuánto se demora el vehículo en detenerse?
D. ¿Cuál era la velocidad del vehículo cuando pisó el freno?
E. ¿Cuál fue la aceleración del auto a los 2 y a los 3 segundos de haber pisado el freno?
F. Trace una curva que represente la velocidad de frenado
G. Trace una curva que represente la aceleración de frenado.

35. Después de t horas de un viaje de 8 horas, un automóvil ha recorrido una distancia representada por $D(t) = 64t + \frac{10}{3}t^2 - \frac{2}{9}t^3$ donde $D(t)$ está dada en kilómetros y t en horas.

A. ¿Cuál es la velocidad del auto en la séptima hora?
B. Deduzca una expresión para la aceleración del auto como una función del tiempo
C. ¿A qué razón cambia la velocidad del automóvil con respecto al tiempo al cabo de 6 horas? ¿Aumenta o disminuye la velocidad en ese momento?

36. La ley de Boyle para los gases afirma que $PV = c$, donde P denota la presión, V el volumen y c es una constante. Suponga que al tiempo t (en minutos) la presión está dada por $20 + 2t$ (en gm/cm^2) y que el volumen en $t = 0$ es de $60\ cm^3$. Encuentre la razón de cambio del volumen con respecto al tiempo en $t = 5$.

37. El desplazamiento de una cuerda que vibra está representado por $s(t) = 10 + \frac{1}{4} sen(10\pi t)$, donde s(t) se mide en centímetros y t en segundos.

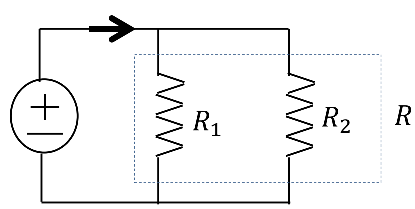
i. Halle una expresión para la velocidad de la cuerda después de t segundos.
ii. ¿Cuál es la velocidad de la cuerda a los 2 segundos de iniciada la vibración de la cuerda?
iii. Halle una expresión para la aceleración de la cuerda después de t segundos
iv. ¿Cuál es la aceleración de la cuerda a los 2 segundos de iniciada la vibración de la cuerda?

38. En ciertas circunstancias, un rumor se esparce según la ecuación $P(t) = \frac{1}{1+10e^{-0.5t}}$ donde $P(t)$ es la porción de población que conoce el rumor después de un tiempo t. Halle una expresión para la velocidad de esparcimiento del rumor después de un tiempo t.

Razones de cambio relacionadas

39. Si dos resistores R_1 y R_2 Ohms están conectados en paralelo en un circuito eléctrico para formar una resistencia de R ohms, el valor de R se puede encontrar a partir de la ecuación

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$



Si R_1 decrece a una tasa de $1\ \frac{Ohm}{seg}$ y R_2 aumenta a una tasa de $0.5\ \frac{Ohm}{seg}$, ¿a qué tasa cambia R cuando $R_1 = 75$ Ohms y $R_2 = 50$ Ohms?

40. La impedancia Z (en Ohms) en un circuito en serie está relacionada con la resistencia R (en Ohms) y la reactancia x (en Ohms), mediante la ecuación $Z =$

$\sqrt{R^2+x^2}$. Si R aumenta a una razón de 3 $\frac{Ohm}{seg}$ y x disminuye a una razón de 2 $\frac{Ohm}{seg}$, ¿a qué razón cambia Z cuando $R = 10$ Ohms y $x = 20$ Ohms?

41. El voltaje v (en voltios), la corriente I (en Amperios) y la resistencia R (en Ohms) de un circuito eléctrico están relacionados mediante la ecuación $v = IR$. Suponga que v aumenta a razón de 1 $\frac{voltio}{seg}$, mientras que I disminuye a razón de $\frac{1}{3}\frac{Amp}{seg}$. Determinar la razón a la cual cambia R cuando $v = 12$ voltios e $I = 2$ Amp. ¿R aumenta o disminuye?

42. Un tanque de agua tiene la forma de cono circular erecto invertido con radio de la base 2 metros y altura 4 metros. Si se bombea agua hacia el tanque a razón de 2 $\frac{m^3}{min}$, encontrar la rapidez a la que el nivel del agua está subiendo cuando el agua tiene 3 metros de profundidad. Rta: $\frac{8}{9\pi}\frac{m}{\min}$

43. La Ley de Ohm para cierto circuito eléctrico establece que $v = IR$, donde v es el voltaje (en voltios), I la corriente (en Amperios) y R la resistencia (en Ohms). Si el circuito se recalienta y el voltaje se mantiene constante a 10 voltios, la resistencia aumenta a razón de 0.5 $\frac{Ohm}{seg}$. Hallar la velocidad con que decrece la corriente cuando $I = 2$ Amp. Rta: $\frac{dI}{dt} = -0.2\frac{Amp}{seg}$

44. Una persona situada en el extremo de un muelle a 8 pies del agua hala una cuerda atada a una boya en el agua. Si la cuerda se hala a una velocidad de 2 pies/min, ¿con qué rapidez se acerca la boya al muelle cuando esta se encuentra a 6 pies de éste?

45. Un niño que vuela una cometa suelta el hilo a razón de 2 pies por segundo, mientras la cometa se mueve horizontalmente a una altura de 100 pies. Suponiendo que el hilo no se pandea, encuentre la velocidad con la que se mueve la cometa en el momento en que se han soltado 125 pies de hilo. Rta: 10/3 pies/seg

46. Se bombea gas a un globo esférico a razón de 5 m^3/min. ¿si la presión se mantiene constante, cuál es la razón de cambio del radio cuando cuando el diámetro mide 180 cms? Rta: 5/3.24π mts/min

47. Un vehículo que viaja hacia el norte a 60 km/h y un camión que viaja al este a 45 km/h se alejan de una intersección al mismo tiempo. ¿A qué velocidad cambia la distancia entre ellos 2 horas más tarde?

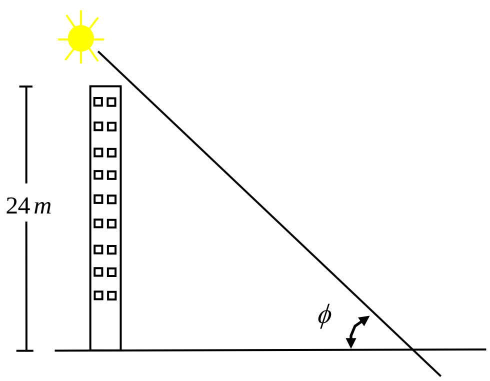
48. Una barra de metal tiene la forma de un cilindro circular recto. A medida que se calienta, su longitud y su diámetro aumenta a razón de 0.005 cm/min y 0.002 cm/min respectivamente. ¿a razón de cuantos cm^3/min aumenta el volumen de la barra en el momento de que esta mide 40 cm de largo y 3 cm de diámetro?

49. Un faro giratorio que se encuentra a 200 mts del punto más cercano P sobre una playa recta, da vueltas cada 15 segundos. Calcule la velocidad con que el rayo de luz se mueve a lo largo de la playa en un punto a $400\,mts$ de P. (**Nota:** como el faro da

cuatro vueltas cada minuto, entonces el ángulo que se forma entre el rayo de luz y recta trazada del faro a P, cambia a razón de 8π por minuto). Rta: $8000\,\pi\, mts/min$.

50. Un avión vuela con una velocidad constante a una altura de 3000 mts a lo largo de una trayectoria que lo hará pasar exactamente arriba de un observador que está en el suelo. En un instante dado el observador nota que el ángulo de elevación al avión es de 60 grados y que este aumenta a razón de i grado por segundo. ¿Cuál es la velocidad del avión en ese instante? Rta: $\frac{200\pi}{9}\ \frac{m}{seg}$

51. En la mañana de un día en el que el sol pasará exactamente por el cenit, la sombra de un edificio de 24*mts* sobre suelo mide 18*mts* de largo. En ese mismo instante el ángulo ϕ que el sol forma con el suelo crece a razón de $0.27^{\circ}/\min$. ¿Con qué rapidez decrece la sombra?



Gráfica de funciones

Para cada una de las siguientes funciones que se presentan a continuación:

A. Determine el dominio de la función.
B. Encuentre las asíntotas verticales y/o horizontales si las tiene.
C. Determine las coordenadas de los interceptos con los ejes.
D. Determine las coordenadas de los puntos críticos.
E. Halle los intervalos donde la función es creciente y decreciente.
F. Determine las coordenadas de los puntos de inflexión.
G. Halle los intervalos donde la función es cóncava hacia arriba y cóncava hacia abajo.
H. De acuerdo con la información obtenida en los numerales anteriores, realice la gráfica de $f(x)$.
I. Determine el rango de la función.

52 $f(x) = x^2 + 5x - 14$

53 $f(x) = 6x^2 - 13x - 15$

54 $f(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$

55 $f(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$

56 $f(x) = x^3 + 2x^3$

57 $f(x) = 4x^3 - 4x^4$

58 $f(x)=\dfrac{x+4}{x^2-16}$

59 $f(x)=\sqrt{9x^2+10x+1}$

60 $f(x)=\dfrac{2x-5}{x+3}$

61 $f(x)=\dfrac{x^2}{\sqrt{x+7}}$

62 $f(x)=\dfrac{x-1}{x^2-2x+2}$

63 $f(x)=x^{4/3}+4x^{1/3}$

64 $f(x)=\dfrac{-x}{x^2-1}-1$

65 $f(x)=\dfrac{x^2+3x+2}{x^2+2x-3}$

66 $f(x)=\dfrac{x^2-6x}{x^2-36}$

67 $f(x)=x-2Cosx$

68 $f(x)=4Cos^2x-1$

69 $f(x)=xe^{2x}$

70 $f(x)=x^2Lnx$

71 $f(x)=e^xSenx$

Problemas de optimización: máximos y mínimos

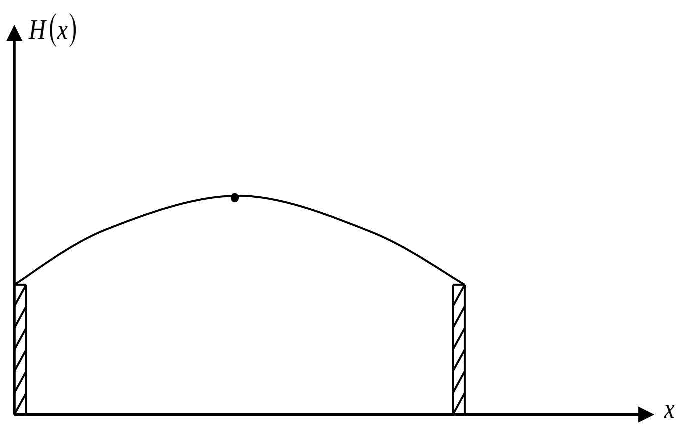
72 En una central de abastos, el precio del fríjol por Kg varia durante el año de acuerdo con el siguiente modelo.

$$P(t)=37.5t^2-300t+3800$$

Donde t está expresada en meses a partir del primero de enero y $P(t)$ en pesos.

A. ¿En qué mes el precio del fríjol registros su mínimo valor?
B. ¿Cuál es el precio mínimo registrado?

73 La sección transversal del techo de un auditorio tiene la forma de una parábola tal como se muestra a continuación.



La altura H del techo medida en metros con respecto al piso está dada por $H(x)=\frac{-1}{18}x^2+\frac{2}{3}x+3$, donde x representa el ancho del auditorio, medido desde una de los muros del mismo.

A. ¿A qué distancia de x horizontal medida desde uno de los muros el techo tiene su altura máxima?
B. ¿Cuál es la altura máxima del techo?

74 En un cultivo de mangos, el número de mangos cosechados tiende a variar periódicamente, de acuerdo con el siguiente modelo matemático:

$$N(t)=3250+1550 sen 3t$$

Donde $N(t)$ representa el número de mangos cosechados y t el número de años transcurridos a partir del 2005.

A. ¿Cuándo se da la mayor cosecha?
B. ¿Cuál es la cantidad máxima de mangos cosechados durante el año?

75 Una cadena de televisión realizó una encuesta sobre el rating de sus novelas entre las 5:00 pm. y la media noche. La expresión:

$$R(t)=\frac{1}{8}\left(2t^3-27t^2+108t+240\right)$$

Representa la cantidad de personas (medida en porcentaje) que sintonizan el canal t horas después de las 5:00 pm.

A. ¿A qué horas entre las 5:00 pm? y la media noche ven las novelas del canal el mayor número de personas?
B. ¿A qué horas el menor número de personas?
C. ¿Cuál es el mayor porcentaje de sintonía del canal entre las 5:00 pm? y la media noche?

76 El ritmo aeróbico de una persona de x años está representado por:

$$A(x)=110\frac{Lnx-2}{x} \quad \text{Para} \quad x\geq 10 \text{ años}$$

¿A qué edad se maximiza la capacidad aeróbica?

77 En una finca se pretende destinar un área rectangular de $2250\,m^2$ para un potrero. Si al potrero hay que colocarle un cerramiento compuesto por 3 líneas de alambre de púas:

A. ¿Cuáles deben ser las dimensiones del potrero para que la cantidad de alambre de púas necesarias para el cerramiento sea mínima?

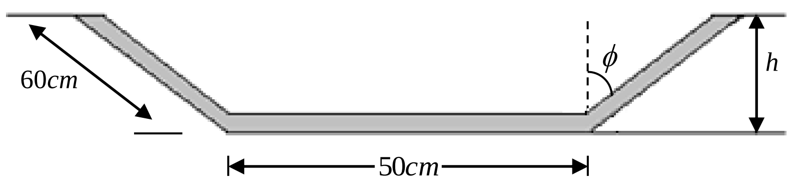
B. ¿Cuántos metros de alambre de púas se necesita para el cerramiento?

78 Se va a diseñar una lata con la forma de un cilindro circular recto con una capacidad de $2610\,cm^3$ para envasar un alimento en conserva?

A. ¿Cuáles son las dimensiones que debe tener la lata para que la cantidad de metal utilizada en su fabricación sea mínima?
B. ¿Cuál es el área de metal necesaria para la fabricación de la lata?

79 Se va a construir un tanque rectangular abierto de base cuadrada y un volumen de $32m^3$. Si el costo por metro cuadrado de la base es de $\$150.000$ y para los lados es de $\$100.000$ encontrar las dimensiones del tanque para que el costo de construcción sea mínimo.

80 Un ingeniero diseña un canal de drenaje con una sección transversal trapezoidal tal como se muestra en la figura



Si se considera que la capacidad de drenaje del canal depende directamente de la sección transversal del mismo, ¿cuál debe ser el ángulo ϕ para obtener la máxima capacidad?

81 A la 1:00 pm el barco A se encuentra a 30 millas al sur del barco B y viaja hacia el norte a 15 millas por hora. El barco B viaja hacia el oeste a 10 millas por hora. ¿A qué hora será la mínima distancia entre los dos barcos?

Integral indefinida

82 Evalúe las integrales indefinidas presentadas a continuación:

A. $\int (y-1)(2y+1)\ dy$

B. $\int \frac{x-1}{\sqrt{x}}\ dx$

C. $\int \frac{(2-w)^3}{w^2}\ dw$

D. $\int (Csc\ \emptyset + 3)^2\ d\emptyset$

E. $\int x^{\frac{2}{3}}(5-x)^2\ dx$

F. $\int (4z^2-1)^3\sqrt{z^5}\ dz$

G. $\int \frac{2x^2-10x+12}{x-3}\,dx$

H. $\int \sec t\,(\sec t + \tan t)\,dt$

I. $\int \frac{2x^3+10x-1}{x^2+5}\,dx$

J. $\int \frac{1+tan^2\beta}{csc^2\beta}\,d\beta$

K. $\int \frac{y+1}{y^2+y}\,dy$

L. $\int \frac{1-cos^2\,\alpha}{sen^2\alpha}\,d\alpha$

M. $\int \frac{z^3-1}{z-1}\,dz$

N. $\int \frac{2y^3+y^2+8x+5}{y^2+4}\,dy$

O. $\int \frac{x^2-1}{x^4-1}\,dx$

P. $\int \frac{sen\,\theta+sen\,\theta tan^2\theta}{sec^2\,\theta}\,d\theta$

Q. $\int \frac{dx}{e^x\sqrt{e^{2x}-9}}$

R. $\int \frac{sen\,2x}{sen\,x}\,dx$

S. $\int \frac{sen\,z}{1-sen^2\,z}\,dz$

T. $\int \frac{sen\,u-\cos u}{sen\,u}\,du$

U. $\int \frac{e^{2x}-e^x-30}{e^x-6}\,dx$

83 Una mujer que iba en un globo dejó caer sus binoculares cuando el globo se encontraba a 150 pies sobre el suelo y se elevaba con una velocidad de $10\,\frac{pies}{seg}$.

A. Halle una fórmula para la velocidad de los binoculares en cualquier momento
B. Halle una fórmula que represente la altura respecto al suelo de los binoculares en cualquier momento.

De acuerdo con estas expresiones responda:

C. ¿Cuánto tardarán los binoculares en llegar al suelo?
D. ¿A qué velocidad chocan contra el suelo?

84. Se deja caer un recipiente metálico desde un balcón localizado a 25 m de altura. De acuerdo con esta información:

A. Halle una expresión para la velocidad de caída del recipiente en cualquier instante.
B. Halle una expresión para la altura del recipiente con respecto al piso en cualquier instante.
C. ¿Cuánto se demora en llegar al piso?
D. Si el recipiente está diseñado para soportar una velocidad de impacto de 50 m/seg, ¿se reventará o no? Justifique su respuesta.

Nota: Considere la aceleración de la gravedad como $10\ \frac{m}{s^2}$

85. La aceleración de una partícula viene dada por $a(t) = 5 + 4t - 2t^2$. Encontrar la función de posición, $S(t)$, sabiendo que la velocidad inicial de la partícula es $3\ \frac{m}{s}$, y su posición inicial es $10\ m$.

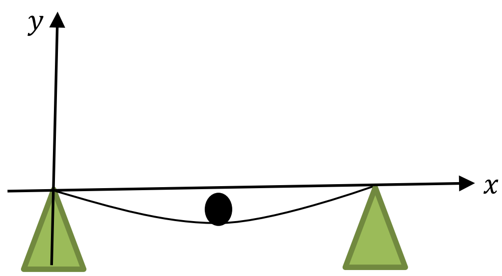
86. Demostrar que para un movimiento en línea recta con aceleración constante a, velocidad inicial v_0, y desplazamiento inicial s_0, el desplazamiento después del tiempo t es

$$s = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + s_0$$

87. Un objeto es proyectado hacia arriba con velocidad inicial de v_0 metros por segundo desde un punto a s_0 metros sobre el suelo. Demostrar que

$$[v(t)]^2 = v_0^2 - 19.6[s(t) - s_0]$$

88. Los extremos de una viga de longitud L están sobre dos soportes, como se muestra en la figura.



Con una carga uniforme sobre la viga, su forma (o curva elástica) está determinada a partir de la ecuación

$$EIy'' = \frac{1}{2}qLx - \frac{1}{2}qx^2$$

Donde E, I, q son constantes.

Encontrar $y = f(x)$, sabiendo que $f(0) = 0$ y $f'\left(\frac{L}{2}\right) = 0$.

89. Evalúe, utilizando la técnica de integración por sustitución, las integrales indefinidas presentadas a continuación:

A. $\int \frac{cos\left(ln\left(4x^2\right)\right)}{x}\,dx$

B. $\int \frac{3^{\sqrt{x+1}}}{\sqrt{x+1}}\,dx$

C. $\int \frac{\tan z}{\sqrt{sec^2 z-25}}\, dz$

D. $\int \frac{e^{\sqrt[3]{x}}}{\sqrt[3]{x^2}}\, dx$

E. $\int \frac{1-sen\,\theta}{\theta+cos\,\theta}\, d\theta$

F. $\int y^2\,(y^3+5)^8\, cos[(y^3+5)^9]dy$

G. $\int \frac{x}{\sqrt{x-9}} dx$

H. $\int \frac{2t^2}{2t^2+1}\, dt$

O. $\int \frac{1}{x^2-6x+9}\, dx$

I. $\int \frac{sen\,\beta}{4+9cos^2\beta} d\beta$

J. $\int \frac{x-1}{3x^2-6x+2}\, dx$

K. $\int \frac{2}{\sqrt{u}\ (\sqrt{u}+4)}\, du$

L. $\int \frac{e^y-e^{-y}}{e^y+e^{-y}}\, dy$

M. $\int \left(1+\frac{1}{w}\right)^{-3}\left(\frac{1}{w^2}\right)\, dw$

N. $\int x^3\, sen^2(x^4)\, cos(x^4)dx$

BIBLIOGRAFÍA

ALARCÓN, Sergio; GONZÁLEZ, María Cristina y QUINTANA, Hernando. Cálculo Diferencial: Límites y Derivadas. Medellín: Fondo Editorial ITM, 2008.

DOWLING, Edward T., Cálculo para administración, economía y ciencias sociales. Primera edición. Bogotá: Mc. Graw Hill, 1992.

HOFFMAN, Laurence D. y BRADLEY, Gerard L. Cálculo para administración, economía y ciencias sociales. Sexta edición. Bogotá: Mc. Graw Hill, 1998.

LEITHOLD, Louis. El Cálculo con geometría analítica. 7a edición. México: Oxford University, 2003.

PURCELL, Edwin J. y DALE, Varberg. Cálculo con geometría analítica. Sexta edición. México: Prentice Hall Hispanoaméricana, 1992.

STEIN, Sherman K. y BARCELLOS, Anthony. Cálculo y geometría analítica. Quinta edición. Bogotá: Mc. Graw Hill, 1994.

STEWART, James. Cálculo: Conceptos y contextos. Tercera edición. Bogotá: Thompson editores, 1999.

STEWART, James. Cálculo diferencial e integral. Segunda edición. Bogotá: Thompson editores, 2007.

SWOKOWSKI, Earl W. Cálculo con geometría analítica. 2da edición. México: Grupo editorial Iberoamérica, 1989.

WARNER Stefan, CASTENOBLE Steven R. Cálculo Aplicado. 2da edición. México: Thomsom Learning, 2002.

ZILL G., Dennis. Cálculo con geometría analítica. México: Grupo editorial Iberoamérica, 1987.