MATEMÁTICAS BÁSICAS
CLASE 1:
NÚMEROS REALES, PROPIEDADES, BASES ALGEBRAICAS

ELABORÓ EFRÉN GIRALDO

INSTITUTO TECNOLÓGICO METROPOLITANO

MEDELLÍN ENERO 2012

Efrén Giraldo Toro

Conjunto de los Números y su relación algebraica.

BIBLIOGRAFÍA BASE: PRECÁLCULO STEWART, 2007

Objetivos - Competencias

Al final de este capítulo Ud. debe:

- Conocer la recta real y la relación con el conjunto de los reales.
- **Entender, aprender y trabajar con las operaciones algebraicas y tener un <u>completo dominio de ellas.</u>**

RECOMENDACIÓN IMPORTANTE

- Amigo estudiante:
- Este es el primer peldaño de la escalera de las matemáticas básicas. Si lo entiende y lo estudia bien, no tendrá problemas con su materia. Si no, consulte con sus compañeros, con su profesor o en las asesorías.

¡Saque mínimo 6 horas semanales fuera de clase para estudiar. No valen disculpas!.

¡*No deje para mañana lo que tiene que hacer hoy!*

QUÉ PREFIERE:

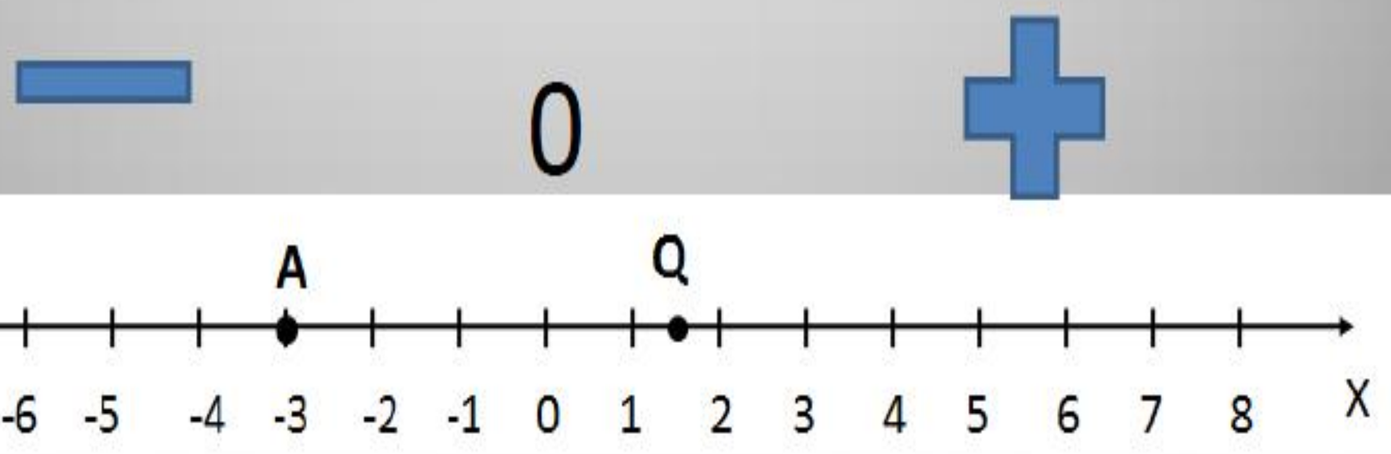
¡ESTO! O ¡ESTO!

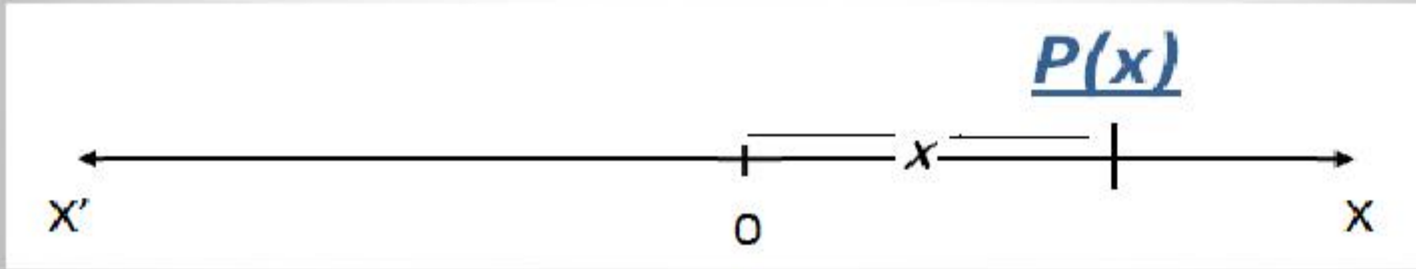
Contenidos

- *La recta real.*
- *Operaciones básicas con fracciones.*
- *Bases algebraicas y operaciones fundamentales.*
- **¡Recuerde que esto es básico para las clases siguientes!**

RECTA REAL
COORDENADAS CARTESIANAS EN UNA DIMENSIÓN

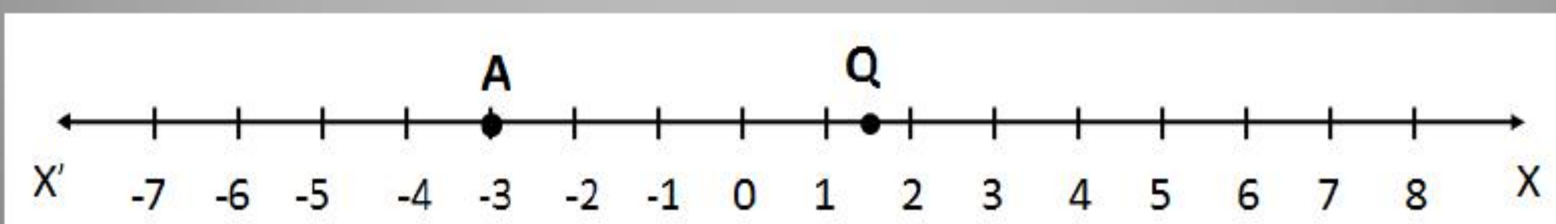
Recta real o eje *x*.



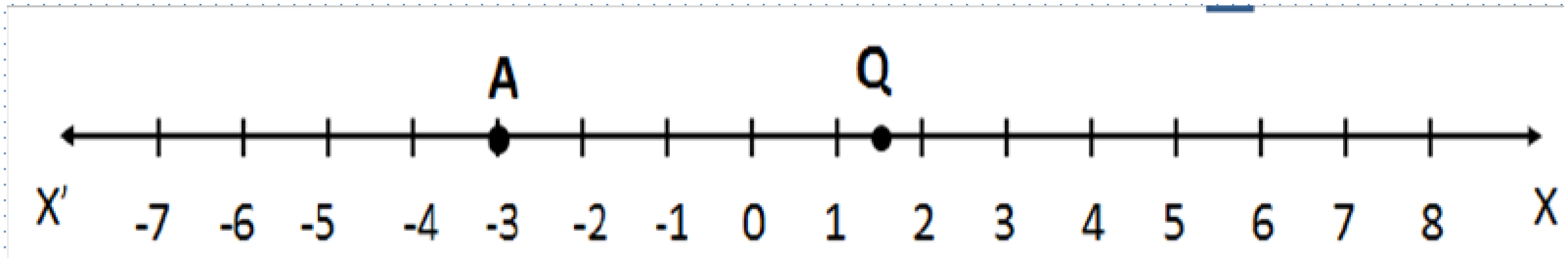


Cada punto *P sobre la recta tiene una* ***Coordenada x****,* *representado de la forma* ***P(x)****. Esta coordenada es el valor de la* ***x*** *en el eje x*. Es el valor del número asociado.

Por ejemplo. el punto *A tiene por coordenada A(−3) y el punto Q, tiene coordenada Q(1.5)*.

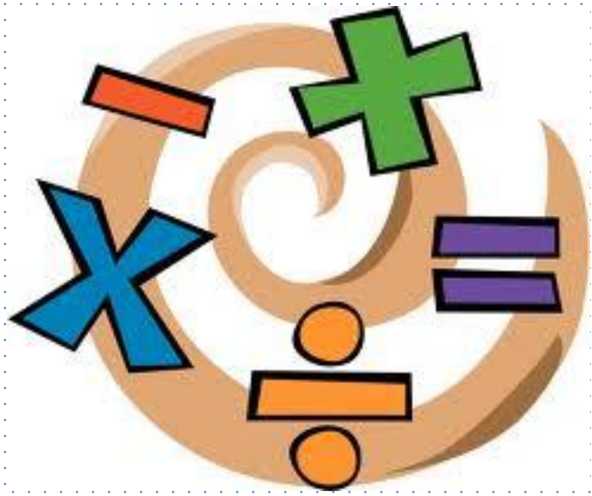


- Para saber si un número o letra es mayor > que otro simplemente se recurre a la recta numérica y si está a la derecha es mayor.
- 3 > 1 3 > -3 Q > A



- Para saber si es menor <, si está a la izquierda

1 <3 -3 < 3 A < Q



Propiedades de los reales
Bases algebraicas

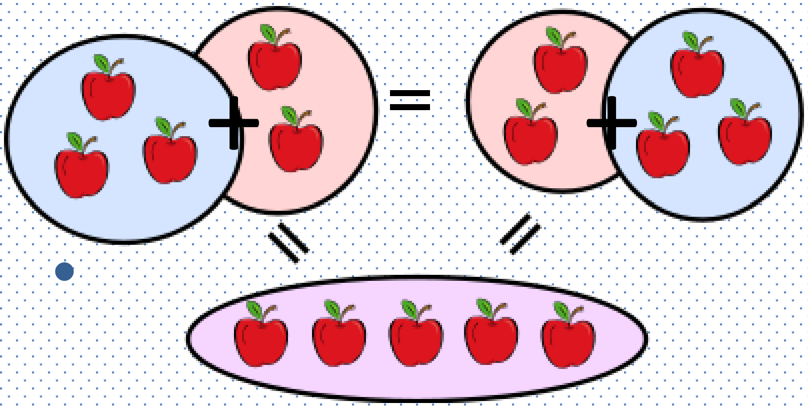
- Regla de los signos para multiplicar (no para sumar)

- +(+)=+*+ = +   mas por mas da mas
- +(-)= -   mas por menos da menos
- -(+)=-   menos por mas da menos
- -(-)=+   menos por menos da mas

Signos para la división(no para la suma)

- $\dfrac{+}{+} = +$
- $\dfrac{-}{-} = +$
- $\dfrac{+}{-} = -$
- $\dfrac{-}{+} = -$

Muchas veces para multiplicar un número o una expresión por - se usa -1 que es lo mismo.



Propiedad conmutativa

Efrén Giraldo Toro

de la suma

- **Conmutar es cambiar**

Propiedades conmutativas

$a + b = b + a$	$7 + 3 = 3 + 7$	Cuando se suman dos números, no importa el orden.

Cuando se suman dos o más letras, dos o más expresiones algebraicas o dos o más números, se pueden colocar en cualquier orden.

(STEWART.2007)

Propiedad conmutativa del producto

8*3= 3*8=24

$ab = ba$ $\quad 3 \cdot 5 = 5 \cdot 3$ Cuando se multiplican dos números no importa el orden.

- **Producto es el resultado de multiplicar.**
- **Producto es sinónimo de factor**

a por b es lo mismo que b por a

Efrén Giraldo Toro

- Entienda muy bien la propiedad conmutativa del producto, pues se va a usar mucho a través del curso. Vale tanto para letras, expresiones o números.
- 4.3.5=3.4.5=4.5.3=5.4.3=60
- abc= bca=acb=cba=cab
- a(b+c)=(b+c)a
- 20*1000= 1000*20= 20.000

- 

Uso del paréntesis

- Cuando aparece un **paréntesis** o corchete inmediatamente **después de un número** o de una expresión significa **multiplicación.**

- a(3)=a3 a(b+c)= a$\times$ $(b+c)$

- No siempre es necesario el paréntesis: 6(b) = 6b

- Es muy útil si después de un número o letra sigue un menos – que multiplica (porque no se genera confusión):

$3 \times -1 = 3(-1)= -3$ muy diferente de 3-1=2

- Un signo **positivo solo,** antes de un paréntesis no afecta lo que va dentro del paréntesis
- +(5+3)=(5+3)= 5+3
- Un signo – antes de un paréntesis cambia el signo de todo lo que hay adentro del paréntesis por aquello de – por + = – ó – por - = +
- -(a+b)= -a-b
- -(-a +b)= a-b 5-(3)= 5-3= 2

Propiedad asociativa

Asociar es juntar, agrupar en diferentes subconjuntos.

2. Propiedades asociativas

$(a+b)+c = a+(b+c)$	$(2+4)+7 = 2+(4+7)$	Cuando se suman tres números, no importa cuáles dos se suman primero.
$(ab)c = a(bc)$	$(3 \cdot 7) \cdot 5 = 3 \cdot (7 \cdot 5)$	Cuando multiplicamos tres números no importa cuáles dos se multiplican primero.

Vale para cualquier cantidad de letras, expresiones o números.

(STEWART.2007)

$a3 = 3a$ $\qquad$ $(a+b)3 = 3(a+b)$

Propiedad distributiva

3. Propiedad distributiva

$a(b+c) = ab + ac$ $\qquad 2 \cdot (3+5) = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 5$

$(b+c)a = ab + ac$ $\qquad (3+5) \cdot 2 = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 5$

Cuando se multiplica un número por una suma de dos números se obtiene el mismo resultado al multiplicar el número por cada uno de los términos y luego sumar los resultados.

- **Debe entender esta propiedad profundamente.**
- Se usará **mucho** en el curso.

(STEWART.2007)

Ejemplo 1 **Uso de la propiedad distributiva**

a) $2(x+3) = 2 \cdot x + 2 \cdot 3$ Propiedad distributiva

$= 2x + 6$ Simplificación

Se multiplica el número o la letra por cada uno de los de la suma y se suman

a(b+c+d)= ab+ac+ad **5(x-y+z)= 5x-5y+5z**

(STEWART.2007)

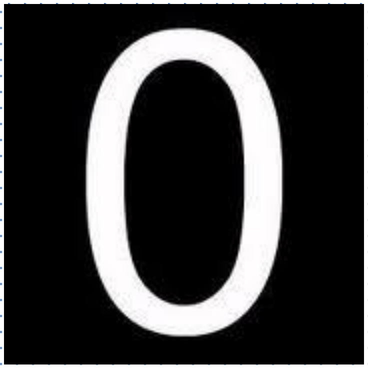
Suma por suma ( )( )

- $(a+b)(c+d)= ac+ad + bc+bd$

- Se multiplica <u>cada uno</u> de los primeros por <u>cada uno</u> de los segundos respetando la ley de signos.
- Luego se suman todos.
- **<u>Es de vital importancia dominar esta propiedad</u>**

- $(-d + e)(f - g) = -df + dg + ef - eg$

- **¡Ojo con la ley de los signos!**
- **Primero multiplique signos, luego coeficientes y luego letras**



- El 0 es elemento idéntico para la suma porque al sumar 0 a cualquier letra o número no se altera $a + 0 = a$ $2000+0=2000$
- Pero es nulo para la multiplicación $a.0=0$ $5.0=0$
   - **La división por 0 no está permitida**

(STEWART.2007)

Negativos y resta

- Todo número real ***a*** tiene un negativo ***–a*** que es diferente a el, 5 diferente de -5

- La suma de un real con su negativo es 0

- a +(-a)=0
- 5 +(-5)=0

- Restar es sumar con el negativo del que se va a restar

- 10 menos 5 es 10+(-5)= 10-5=5

Sumas con el mismo signo más + ó menos -

¡Muy importante!

- Si va a sumar dos números, ambos con el mismo signo, sea + o - :

Se olvida del signo y suma normalmente, luego coloque el signo con el que está trabajando

+3	-4	1000
+5	-5	2000
+8	-9	3000

-1000
-2000
-3000

• Sumas con signos diferentes

- **¡Fundamental dominar esto!**

- Si dos números: uno es + y el otro negativo -, coloque el de mayor valor absoluto arriba y el otro abajo, olvide el signo por el monento y proceda a restar normalmente, luego coloque el signo del de arriba

- 9- 14 14-9 10.000- 50.000 50.000-10.000

- 14	14	- 50.000	50.000
9	- 9	10.000	-10.000
-5	5	- 40.000	40.000

Propiedades de los negativos

Efrén Giraldo Toro

Propiedad	Ejemplo
1. $(-1)a = -a$	$(-1)5 = -5$
2. $-(-a) = a$	$-(-5) = 5$
3. $(-a)b = a(-b) = -(ab)$	$(-5)7 = 5(-7) = -(5 \cdot 7)$
4. $(-a)(-b) = ab$	$(-4)(-3) = 4 \cdot 3$
5. $-(a + b) = -a - b$	$-(3 + 5) = -3 - 5$
6. $-(a - b) = b - a$	$-(5 - 8) = 8 - 5$

Efrén Giraldo Toro

(STEWART.2007)

- El 1 es idéntico para la multiplicación:

Cualquier número o expresión multiplicada por 1 da el mismo número o la expresión misma.

$1000 \times 1 = 1000$ $(a+b).1 = 1(a+b) = (a+b) = a+b$

$1.a = a.1 = a$

<u>El 1 siempre va incluido para</u> $\times$ $\boldsymbol{y}$ $\underline{\boldsymbol{para}}$ $\div$ Por tanto si una letra o número no lo lleva, <u>siempre va implícito</u>

$-500 = -1 \times 500 = -500$ $1000 = 1 \times 1000$ $\frac{a+b}{1} = a+b$

$a = \frac{a}{1}$ $1000 = \frac{1000}{1}$ $a = 1a$

Inverso. Fracciones

- El inverso de un número o de una expresión es sencillamente el 1 sobre el número o la expresión y viceversa
- 5 su inverso es $\frac{1}{5}$ su inverso es 5
- 1000 su inverso es $\frac{1}{1000}$ inverso es 1000
- a su inverso es $\frac{1}{a}$ inverso es *a*

- *Inverso de una fracción:*
- $\frac{a}{b}$ *su inverso es* $\frac{b}{a}$ *se pasa numerador a denominador y vs.*

- ***Por supuesto que un número y su inverso no son iguales***

División

- Dividir un numerador (número o expresión) por un denominador (número o expresión) es sencillamente multiplicar por el *inverso del denominador.*
- a÷b= = a $\times \frac{1}{b} = \frac{a.1}{b} = \frac{1a}{b} = \frac{a}{b}$ ¡El 1 va implícito!
- $\frac{a}{b}$ se llama también la fracción de *a* sobre *b*
- *a es el numerador y b el denominador*
- (a+b) ÷ (c+d) = $=(a+b) \times \frac{1}{(c+d)} = \frac{(a+b)}{(c+d)}$

Multiplicación de fracciones

Se multiplica numerador por numerador y

denominador por denominador

Propiedad	Ejemplo	Descripción
1. $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$	$\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{7}=\frac{2\cdot 5}{3\cdot 7}=\frac{10}{21}$	Cuando se **multiplican fracciones**, se multiplican los numeradores y los denominadores.

- Si son letras quite sencillamente el punto ó el ×

- **¡No confundir con la suma de fracciones!** $\frac{a}{c}+\frac{c}{d}$

No confundir división, multiplicación, suma y resta.

- $x \div y = \frac{x}{y} = x/y$ *significan lo mismo*
- División de fracciones
- La división entre fracciones también se puede expresar de varias formas y todas significan lo mismo:

- $\frac{x}{y} \div \frac{z}{w} = \frac{\frac{x}{y}}{\frac{z}{w}} = \frac{x}{y} / \frac{z}{w}$

- Ejecutar $\frac{x}{y} \div \frac{z}{w} =$

- **Forma 1 de resolver por el inverso del denominador**

Numerador $\frac{x}{y}$

Denominador $\frac{z}{w}$ inverso $\frac{w}{z}$

En la diapositiva 55 se dijo que dividir era **multiplicar** el numerador por **el inverso** del denominador, por tanto:

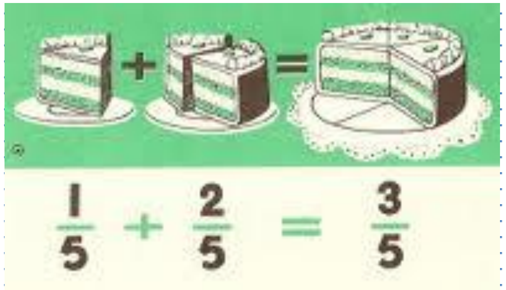
$$\frac{x}{y} \times \frac{w}{z} = \frac{x}{y}\frac{w}{z} = \frac{xw}{yz}$$

- **Forma 2 Ley de la oreja**

Efrén Giraldo Toro

- $$\frac{x}{y} \div \frac{z}{w} = \qquad \frac{\frac{x}{y}}{\frac{z}{w}} = \frac{x\ w}{y\ z}$$

Efrén Giraldo Toro



Suma de dos fracciones Sencillas

¡Importantísimo!

- *Aplicar la ley de la equis raya* <u>*X*</u>
- $\frac{x}{y} + \frac{z}{w} = \frac{x}{y} + \frac{z}{w}$
- Se multiplica x por w xw
- Se multiplica y por z yz
- Se suman $xw + yz$ como numerador
- Se multiplica y por w yw y se pone de denominador
- $\frac{x}{y} + \frac{z}{w} = \frac{xw+yz}{yw}$

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd} \qquad \frac{2}{5}+\frac{3}{7}=\frac{2\cdot 7+3\cdot 5}{35}=\frac{29}{35}$$

- **Otra vez: ¡no confundir suma de fracciones, con producto o división!**

- **Si aparece un signo menos** $\frac{x}{y} - \frac{z}{w} =$
- Se supone el signo – en el numerador respectivo (-z) y se procede según ley de signos.

- Se multiplica x por w xw
- Se multiplica y por -z $-yz$

- Se suman $xw - yz$
- Se multiplica y por w yw
- $\frac{x}{y} + \frac{z}{w} = \frac{xw-yz}{yw}$

- **Si aparecen dos signos menos** $-\frac{x}{y}-\frac{z}{w}=$
- Se supone el signo – en el numerador -x , –z

  y se procede según ley de signos

- Se multiplica - x por w $-xw$
- Se multiplica y por -z -yz

- Se suman - $xw-yz$
- Se multiplica y por w yw
- $\frac{x}{y}+\frac{z}{w}=\frac{-xw-yz}{yw}$

- **Si aparece dos signos menos en el denominador**
- $\frac{x}{-y} + \frac{z}{-w}$

- Se multiplica x por -w $-xw$
- Se multiplica -y por z -yz

- Se suman $-xw - yz$
- Se multiplica - y por -w yw
- $\frac{x}{y} + \frac{z}{w} = \frac{-xw-yz}{yw}$

- Otra manera $\frac{x}{-y}+\frac{z}{-w}=$
- Se divide el signo + de x sobre – de y, da –
- Se divide el signo + de z sobre – de w y da -
- Y queda como el caso de la diapositiva anterior

- $-\frac{x}{y}-\frac{z}{w}=$

Factor

- **Factor** significa dos números o letras que se **multiplican**:

ab   a es factor de b   b es factor de a

3× 4   3 y 4 son factores.

3× 4 =12   3   y   4 son factores de 12 porque 3 por 4 da 12.

Factor y multiplicar es lo mismo

Factor común de una fracción

- Factor común de una fracción: es aquel **mismo número o letra que se repite en la fracciones** (y que está multiplicando obviamente).
- $\frac{ab}{cb}$ b es el factor común de esta fracción.
- Como el factor **b** está **multiplicando en el numerador y en el denominbador** se puede simplificar
- $\frac{a\cancel{b}}{c\cancel{b}} = \frac{a}{c}$ Esto si se puede hacer.

Operación no permitida, fatal.

- $\frac{a-b}{c-b}$ b no es factor, no está multiplicando.

- No se puede simplificar

- $\frac{a-\cancel{b}}{c-\cancel{b}}$ Ojo, esto no se puede hacer.

- **No olvide esto. Es un error muy común en los ejercicios y exámenes.**
- **¡Se llama machetazo! Y lo puede matar en su materia.**

Factor común de dos fracciones

- *Es el número , letra o expresión que está a la vez en las dos fracciones (y que está multiplicando en ambas)*

- $\frac{ab}{c}, \quad \frac{db}{e}$

  El factor común de las dos fracciones es b

- (a+b)c, (e +d)(a+b)

  El factor común de las dos fracciones es (a+b).

(a+c) y (b+c) no tienen factor común. c no multiplica

Diferencia entre Término e Igualdad

- En un término no aparece el operador igual =

Ejemplos de términos abc, $\frac{a}{b}$, 5c, a+b+c

- Puede ser uno o varios números, una o varias letras o expresiones.
- Pueden ser fracciones

- En una igualdad necesariamente aparece el operador = entre términos

Una igualdad entre dos fracciones sencillas

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ se aplica la ley de la X (sin ralla)

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=ad$+cb

¡URGENTE!

- LUEGO DE ESTA PRIMERA **CLASE** UD. AMIGO ESTUDIANTE, **TIENE QUE DOMINAR** TODOS LOS CONCEPTOS PROFUNDAMENTE. DE LO CONTRARIO VUELVA REPASE, ESTUDIE, CONSULTE.

- **SI NO LO HACE COMIENZA A TENER PROBLEMAS ES SU MATERIA Y ESTÁ DANDO EL PRIMER PASO PARA PERDERLA Y POSIBLEMENTE PERDER TAMBIÉN SU CARRERA Y HASTA ARRUINAR SU VIDA.**

Tareas para la casa

- Repasar notas de clase y problemas vistos.
- Repasar Stewart páginas 1 a11
- Hacer ejercicios Stewart Sección 1.1 página 10
- Lectura previa en casa a clase # 2

Bibliografía

- Stewart, J. Redlin, L., Watson, S. (2007). Precálculo 5 edición. Editorial Thonson. México.